

ВЛИЯНИЕ КРИВИЗНЫ И ПОПЕРЕЧНОГО МАГНИТНОГО ПОЛЯ НА ПУЛЬСАЦИОННУЮ СТРУКТУРУ ТУРБУЛЕНТНОГО ТЕЧЕНИЯ

Теоретическому исследованию пространственных течений в условиях воздействию сильного магнитного поля посвящены множество работ. Примером пространственных течений может быть течение жидкости в изогнутых трубах. Как известно, без магнитного поля потери давления и скоростная структура потока на участке поворота в сильной мере определяются такими явлениями, как отрыв потока и вторичные течения жидкости, вызванные центробежными силами инерции. В магнитном поле структура потока проводящей жидкости существенно изменяется и зависит от величины и ориентации магнитного поля по отношению к плоскости поворота. При этом в магнитном поле роль сил инерции в общем балансе сил может оказаться пренебрежимо малой. Однако численные и экспериментальные исследования показали, что в сильном магнитном поле на участке поворота формируются узкие сдвиговые слои, скорость и градиенты скорости в которых велики и резко изменяются на сравнительно коротких участках. Это может привести к тому, что роль конвективного переноса импульса в балансе сил станет значительной.

В настоящем разделе построена полуэмпирическая модель турбулентного сдвигового течения проводящей жидкости в канале со слабой кривизной

$\frac{H}{R} \ll 1$. Рассмотрим полностью развитое турбулентное течение

несжимаемой проводящей жидкости в канале с постоянной кривизной. Как и в предыдущих разделах, основой модели будут уравнения одноточечных моментов второго порядка полей скорости, записанных для чисто сдвигового развитого турбулентного течения, замкнутого на основе полуэмпирических гипотез Колмогорова-Ротта. С учетом сил магнитного

поля и центробежных сил, вызванных кривизной канала система уравнений примет вид

$$\begin{aligned} & \overline{u_j u_k} \frac{\partial U_i}{\partial x_k} + \overline{u_i u_k} \frac{\partial U_j}{\partial x_k} + k \frac{\sqrt{E}}{l} \left(\overline{u_i u_j} - \frac{2}{3} \delta_{ij} E \right) + \frac{2}{3} c \delta_{ij} \frac{E^{3/2}}{l} + \quad (1) \\ & + \frac{U_1}{R} \delta_{3i} \overline{u_1 u_j} - \frac{U_1}{R} \delta_{1i} \overline{u_3 u_j} + \frac{\alpha_* \sigma}{\rho} (2 \overline{u_i u_j} B_s B_s - \overline{u_i u_s} B_j B_s - \overline{u_j u_s} B_i B_s) = 0 \end{aligned}$$

Решение уравнений (1) представляется в виде двух сомножителей, первый из которых совпадает с выражением соответствующей величины в однородной среде, а второй учитывает влияние центробежных сил и сил магнитных полей одновременно, связанных с кривизной потока и наличием поперечных магнитных полей

$$u_2^2 = \frac{2}{3} \left(1 - \frac{c}{k} \right) \frac{1}{c^{2/3}} l^2 \left(\frac{\partial U_1}{\partial x_3} \right)^2 \cdot \Omega_1 \quad \Omega_1 = \psi^2$$

$$-u_1 u_3 = l^2 \left(\frac{\partial U_1}{\partial x_3} \right)^2 \cdot \Omega_2$$

$$\Omega_2 = \frac{\psi^3 (1 + De)}{\left(\psi^2 + 3\sqrt{\eta} \cdot St \cdot \psi + 2\eta \cdot St^2 - 6\eta \cdot De + 4\eta \cdot De^2 \right)}$$

$$u_3^2 = \frac{2}{3} \left(1 - \frac{c}{k} \right) \frac{1}{c^{2/3}} l^2 \left(\frac{\partial U_1}{\partial x_3} \right)^2 \cdot \Omega_3 \quad (2)$$

$$\Omega_3 = \frac{\psi^3 \left(\psi^2 + 3\sqrt{\eta} \cdot St \cdot \psi + 2\eta \cdot St^2 - 8\eta \cdot De + 2\eta \cdot De^2 \right)}{\left(\psi + \sqrt{\eta} \cdot St \right) \cdot \left(\psi^2 + 3\sqrt{\eta} \cdot St \cdot \psi + 2\eta \cdot St^2 - 6\eta \cdot De + 4\eta \cdot De^2 \right)}$$

$$u_1^2 = \frac{2}{3} \left(1 + 2 \frac{c}{k} \right) \frac{1}{c^{2/3}} l^2 \left(\frac{\partial U_1}{\partial x_3} \right)^2 \cdot \Omega_4$$

$$\Omega_4 = \frac{\psi^2 (r \cdot \psi + m \sqrt{\eta} \cdot St) \cdot \Psi - 2p \cdot \eta \cdot \psi (1 + De)}{r \cdot (\psi + \sqrt{\eta} \cdot St) \cdot \Psi}$$

$$\Psi = \psi^2 + 3\sqrt{\eta} \cdot St \cdot \psi + 2\eta \cdot St^2 - 6\eta \cdot De + 4\eta \cdot De^2$$

$$E = \frac{1}{c^{2/3}} l^2 \left[\left(\frac{\partial U_1}{\partial x_3} \right)^2 + \left(\frac{\partial U_2}{\partial x_3} \right)^2 \right] \cdot \psi^2$$

$$\psi = - \left[\sqrt{\eta} \cdot St + \frac{m \cdot St}{6c^{2/3}} \right] + (\sqrt{\Phi} - \Theta)^{1/3} - (\sqrt{\Phi} + \Theta)^{1/3}$$

$$\Theta = \left(\frac{\omega}{3} \right)^3 - \frac{\omega \zeta}{6} + \frac{\phi}{2} \quad \Phi = \Theta^2 + \left(\frac{\zeta}{3} - \frac{\omega^2}{9} \right)^3$$

$$\omega = 3\sqrt{\eta} \cdot St + \frac{m}{2c^{2/3}} St$$

$$\zeta = \left(2\eta + \frac{3m \cdot \sqrt{\eta}}{2c^{2/3}} \right) \cdot St^2 - \left(6\eta + \frac{2}{3} \right) \cdot De + \left(4\eta - \frac{1}{2} \right) \cdot De^2 - 1$$

$$\phi = \frac{m \cdot \eta}{c^{2/3}} St \cdot (St^2 - 3De + 2De^2)$$

безразмерный локальный параметр кривизны

$$De = \frac{U_1 / R}{\left(\frac{\partial U_1}{\partial x_3} \right)}$$

безразмерное число Стюарта

$$St = \frac{\alpha_* \sigma B^2 / \rho}{\left(\frac{\partial U_1}{\partial x_3} \right)}$$

$$k = \sqrt{\frac{c}{k}} \left[\frac{2}{3} \left(\frac{k}{c} - 1 \right) \right]^{3/4}, \quad c = \left(\frac{c}{k} \right)^{3/2} \left[\frac{2}{3} \left(\frac{k}{c} - 1 \right) \right]^{3/4}$$

$$p = \frac{2}{3} \left(1 - \frac{c}{k} \right), \quad \sqrt{\eta} = \frac{p}{k^2}, \quad m = 2 - p, \quad r = m - p$$

Полученная модель турбулентности позволяет замкнуть основные уравнения для движения и рассчитать приближенно пульсационные характеристики течения проводящей жидкости в поперечном магнитном поле в слабо искривленных каналах. Как видно из (2) для модели не требуется дополнительной информации и эмпирических констант.